

ПРИМЕНЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РИСКА ДЛЯ ЦЕЛЕЙ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ НА СТРАХОВОМ РЫНКЕ

© 2018 Козлов Михаил Леонидович

Кафедра банков, финансовых рынков и страхования
Санкт-Петербургский государственный экономический университет
191023, г. Санкт-Петербург Садовая ул., 21
E-mail: nerevar111@gmail.com

В рамках данной статьи автор подробно исследует вопрос применения моделей распределения риска для целей резервирования. Автором обоснована целесообразность применения непрерывных моделей распределения риска для целей резервирования на страховом рынке. Методы резервирования являются точкой связи непрерывных моделей финансового рынка с дискретными по факту реализации и непрерывными по размеру ущерба страховыми рисками.

Ключевые слова: модели непрерывного распределения риска, резервирование, распределение Твиди, страховой рынок

На данный момент большинство методов резервирования, используемых в практике российских страховых компаний, такие, как семейство методов цепной лестницы, метод Борнхьюттера-Фергюсона, группа методов раздельного анализа частоты и тяжести страхового случая (включая метод Беннета-Тейлора), относятся к детерминированным моделям, так как дают точечный прогноз, а также сами расчетные действия, лежащие в их основе, имеют детерминированный характер [4]. Существуют модели, включающие на уровне расчета элементы стохастичности, но также дающие детерминированный точечный прогноз. К таким методам можно отнести метод цепной лестницы с корреляционным уравнением развития цепных коэффициентов, а также Мюнхенскую цепную лестницу.

Отношение указанных методов к детерминированным на уровне результата не означает, что с их помощью нельзя получить интервальную оценку. Интервальная оценка будет при применении данных методов являться не результатом отдельного метода, а совокупностью оценок, явившихся результатом одновременного применения нескольких методов либо нескольких применений одного метода с вариацией параметров. Однако отнесение методов оценки резерва к детерминированным на самом деле во многом вызвано их генезисом, так как корни данных методов также, в определенной степени, лежат в математической статистике.

Существует еще одно свойство используемых в резервировании методов, которое достаточно редко указывается явно, однако очень

важно в свете возможности применения непрерывных моделей распределения риска, часто применяемых на финансовом рынке и удобных в свете концепции VaR, к страховым рискам, помимо параметра тяжести ущерба имеющим также параметр частоты, отражающий для отдельных рисков факт реализации или не реализации [3]. Указанное свойство моделей резервирования, применяемых на практике, состоит в том, что в неявном виде (то есть без открытого декларирования) методы резервирования базируются на модели коллективного риска (убытка), применяемой в актуарной теории риска, абстрагируясь при этом от стохастического характера результата и фокусируясь на точечном прогнозе (полагая при этом, опять же, неявно, наиболее вероятную величину итогового убытка).

Специалисты по резервированию могут при этом возразить, что статистический подход к резерву убытков на практике применяется не всегда, а прежде всего к убыткам, относящимся к массовым типизированным объектам. Применительно к видам страхования, где страховые случаи относительно редки, а объекты страхования индивидуальны, применяется индивидуальное резервирование, при котором величина резервов определяется по каждому конкретному убытку, а сумма резервов по учетной группе получается сложением индивидуальных резервов. На самом деле, в подобной ситуации нет противоречия, поскольку речь идет о разных типах резервов. Резервы убытков, определяемые индивидуально, относятся к прошлым периодом и представляют собой РЗУ, то есть

оценку произошедших и заявленных, но не урегулированных убытков. Как раз сама специфика видов страхования, к которым применяется индивидуальная оценка убытков (а не, например, первичная оценка убытка по среднему значению прошлой статистики). РПНУ, то есть оценка произошедших в прошлых периодах, но еще не заявленных убытков — дополняющая накопленный итог выплат и остаток РЗУ до полного убытка величина — по определению носит статистический характер, поскольку формируется для того объекта страхования, для которого убыток мог произойти, но возможно и даже вероятно не произошел, соответственно его оценка носит точечный, но вероятностный характер.

При общем же статистическом рассмотрении не индивидуального убытка, а их определенной совокупности, например, учетной группы, основной оценки служит не РЗУ, определяемая на основе имеющейся конкретной информации специалистом по убыткам, оценка полного убытка, детерминированная на уровне результата, но стохастическая по своей сути. Данная оценка отражает оценку для прошедшего периода (и соответствующей заработанной экспозиции) величины пошедших убытков, как заявленных, так и незаявленных, поэтому величина РПНУ получается, как правило, путем вычитания в разрезе кварталов (или иных периодов) наступления страхового случая или андеррайтинга величин РЗУ и накопленных итогов выплат из рассчитанной прогнозной величины полного убытка.

Стохастическая оценка каждого отдельного убытка с учетом как его тяжести, так и общей вероятности того, что этот убыток имел место в прошедшем периоде (с последующим вычетом РЗУ по нему для получения РПНУ) хотя и возможно, но относительно затруднено и поэтому используется в страховой практике, особенно в России, крайне редко.

Известно, что распределение потерь по большинству страхуемых рисков асимметрично (как правило, рассматриваются логнормальное распределение, семейство экспоненциальных распределение, гамма-распределение, реже распределение Парето). Однако в рамках данного утверждения следует обратить внимание на то, что речь идет именно о распределении убытков, а не о распределении исходов, существует достаточно большая вероятность того, что рисковое событие не произойдет — зачастую, в стра-

ховании имеет место именно такая ситуация, иначе такие риски было бы нецелесообразно страховать, более эффективным было бы само страхование, то есть внутреннее резервирование. Вероятность наступления страхового случая безотносительно к его тяжести, как правило, моделируется с помощью биномиального, отрицательного биномиального распределения или распределения Пуассона [2].

По этой причине речь при рассмотрении страховых рисков идет, как минимум, о двухфакторной мультипликативной модели, первым фактором которой является дискретный исход «наступление рисковое событие», вторым — распределение убытков, непрерывное, но взвешенное по общей возможности наступления неблагоприятного события. Общее распределение убытка с учетом частоты и тяжести, как для индивидуального убытка получается путем объединения («свертки») распределений частоты и тяжести. Для моделируемой совокупности (учетной группы) происходит свертка распределений для отдельных рисков, в общее распределение по совокупности. Модель индивидуального убытка предполагает объединение на уровне портфеля рисков распределений убытка по отдельным рискам уже с учтенной на индивидуальном уровне вероятностью наступления страхового случая, модель коллективного риска же использует, помимо распределения тяжести убытков произошедшего страхового случая, также параметр частоты наступления убытков по совокупности, то есть в целом моделируется сумма случайного числа случайных величин. Свертка при этом также имеет место, однако речь идет, как правило, о более простом объединении моделей распределения частоты (или процесса генерации) и тяжести убытков.

При этом для резервирования, расчета страховых тарифов и оценки риска вообще, целесообразным было бы использовать непрерывные модели (с непрерывной или, что менее желательно, кусочно-непрерывной функцией распределения или функцией плотности распределения), если это возможно, также с графической составляющей, облегчающей интегрирование и расчет доверительных интервалов. Наиболее полезно это при расчете рискованной маржи для резервов (то есть при их консервативной, а не наиболее вероятной) оценке, а также при определении рискованной надбавки в тарифной ставке.

В случае применения индивидуальной моде-

ли, свертку частоты и тяжести необходимо провести на уровне конкретного объекта, плотность вероятности размера убытка показана на рисунке 1.

При ненулевом убытке распределение его величины асимметричны, что отражает ненулевую вероятность реализации убытка вплоть до лимита страховой суммы или стоимости застрахованного объекта. При этом более крупные убытки менее вероятны, чем небольшие, однако совсем малые убытки также становятся менее вероятными. При этом большая доля плотности вероятности сосредоточена в нулевой точке, что означает вероятность не наступления страхового случая.

Очевидно, что распределение подобного вида отличается от стандартных распределений (Гамма экспоненциального, нормального), используемых в моделях, применяемых для анализа диапазона возможного изменения цен и доходностей финансовых активов. Для описания поведения величины убытка по отдельному риску, таким образом, необходимо ввести дополнительную модель распределения.

Подобная модель существует и обозначается как распределение Твиди [1]. Это распределение применимо к переменным, которые могут быть представлены смесями Пуассона гамма-распределений; распределение считается «смешанным» в том отношении, что сочетает в себе свойства непрерывных распределений (принимает неотрицательные действительные значения) и дискретных распределений (с положительной вероятностной мерой для одного значения 0). В параметр распределения Твиди включен параметр (p), который определяет общие свойства фактического распределения.

Существенную сложность, однако, представляет определение общей необходимой величины резервов по портфелю. В целом оценка распределений сумм случайных величин может осуществляться разными способами в зависи-

мости от особенностей суммируемых случайных величин. Для этого можно:

1. использовать операции свертки;
2. употребить производящие функции моментов;
3. воспользоваться свойствами классов распределений, замкнутых к операции сложения случайных величин;
4. применить нормальную аппроксимацию.

Третья и четвертая возможная операция трудно применимы к распределению Твиди исходя из самого принципа распределения и его формы. Что касается первых двух операций аналитического характера, то для Распределения Твиди данные операции, как правило, неприменимы по двум причинам.

Во-первых, свертка распределений, описывающихся сложными (кроме того, не элементарными) функциями, представляет собой очень большую сложность и даже не всегда возможны. При этом показано, что, кроме специальных случаев, плотность распределения Твиди не может быть описана в закрытой форме. Как правило, параметры данного распределения определяются численно. Свертка распределения на уровне портфеля представляет собой еще более сложную задачу. По описанным выше причинам она может быть выполнена только численно, как правило, путем Монте-Карло симуляции. Следует, однако, отметить, что на практике свертка при индивидуальной модели в принципе производится в основном численно.

Применение коллективной модели, даже в неявном виде, как это происходит при резервировании, несколько упрощает процесс. Для коллективной модели риска плотность распределения в нуле также может быть ненулевой, поскольку при суммировании случайного числа убытков случайного размера это случайное их количество может быть равным нулю. Данное свойство полезно при моделировании величины

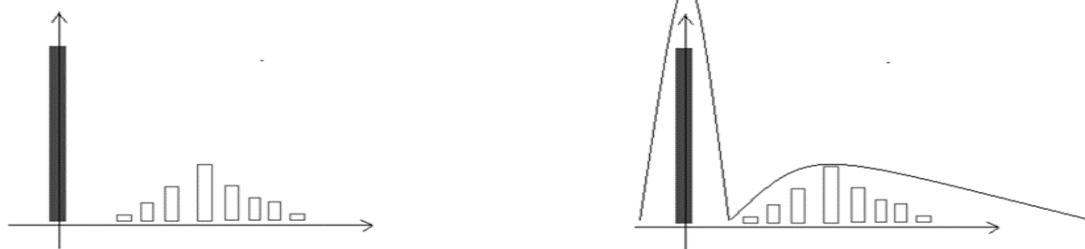


Рис. 1. Общий вид графика плотности вероятности распределения ущерба для индивидуального риска

полного убытка для тех видов страхования, где убытки редки, но велики по размеру — например, в страховании авиационных и космических рисков. Точечный прогноз для этих случаев даст определённый показатель убыточность страховой суммы и, соответственно, страховой премии.

Однако в рамках использования непрерывных моделей еще больший интерес представляют те виды страхования, где убытки достаточно часты. Здесь уже в определенной мере начинает действовать центральная предельная теорема, согласно которой сумма достаточно большого числа убытков с одинаковым математическим ожиданием и равномерно ограниченной дисперсией имеет распределение, близкое к нормальному. Как правило, на практике не выполняется ни одна из предпосылок данной теоремы — число объектов страхования редко достигает необходимой величины, дисперсии и математические ожидания их неравномерны. Поэтому распределение общего возможного убытка страховой компании асимметрично. Однако при этом, в случае достаточно большого портфеля, вероятность полного отсутствия убытков настолько мала, что наличием ненулевой вероятности в нуле на графике плотности

распределения общего убытка по портфелю можно пренебречь.

В связи с этим, рассматривая вопрос применения непрерывных моделей, используемых на финансовом рынке, к дискретным по сути страховым рискам, в качестве отправной точки следует рассматривать именно резервирование в определенном разрезе, к примеру, в рамках учетных групп. Несмотря на то, что большинство используемых на данный момент методов дают точечную оценку, с помощью некоторой их модификации или параллельном расчете резервов несколькими методами по одной исходной совокупности можно получить, по крайней мере, эмпирическую частотную функцию распределения общей величины резервов. Нет уверенности, в том, что ее форма будет соответствовать реальному распределению показателя общего убытка, однако зачастую известно, что определенные методы обычно ведут к завышению или занижению резервов относительно реально необходимой величины. При статистическом или экспертном присвоении этим группам некоторых вероятностных показателей форму плотности распределения итогового убытка возможно привести к более естественному виду.

Библиографический список

1. Филипенков Н.Ф., Яненко Е.В., Наместников Н.А. Актуарные расчеты страховых тарифов: SAS RATEMAKING // *Актуарий*. 2014. Т. 1. № 1 (5). С. 70–72.
2. Кларк С.М., Харди М.Р., Макдоналд А.С., Вотерс Г.Р. Теория риска. Учебные материалы. Москва, 2008. 439 с.
3. Курочкина А.Ю., Голубцов С.Б., Погребова О.А. Интернет-маркетинг: учебное пособие. Санкт-Петербург. 2016, 88 с.
4. Мокейчев Е.В., Конников Е.А., Кравцова Н.И. Российское страхование на пути к риск-ориентированному подходу к регулированию // *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки*. 2017. Т. 10. № 5. С. 141–150.

Поступила в редакцию 11.07.2018 г