ОЦЕНКА СТЕПЕНИ РИСКА ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НА ПРЕДПРИЯТИИ

© 2015 Суменков Михаил Сергеевич
доктор экономических наук, профессор
© 2015 Суменков Сергей Михайлович
кандидат экономических наук
© 2015 Новикова Наталья Юрьевна
Уральский государственный юридический университет
620137, г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, д. 21
E - mail: kafedra @ mail.ru; Novikova_ny@mail.ru

Предложено решение проблемы принятия управленческого решения с учетом и оценкой влияния риска на основе экономико-математического моделирования. Представлены основные понятия риска, уровня и степени риска, меры адекватности используемой экономико-математической модели реально функционирующей экономической системе предприятия. Дана методология моделирования системы оценки экономического риска с использованием многослойной нейронной сети.

Ключевые слова: риск, уровень риска, оценка риска, экономико-математическое моделирование, оптимизация, управление.

В условиях рыночной системы представляют особый интерес принципиально новые возможности экономического анализа, в котором проблема оценки и учета экономического риска приобретает самостоятельное теоретическое и, главное, практическое значение как важная часть менеджмента, теории и практики управления.

Введение принципа свободного взаимодействия рыночных субъектов, обеспечение здоровой рыночной конкуренции неизбежно повышает неопределенность и экономический риск. В этой связи чрезвычайно трудно выбирать оптимальные решения и предвидеть их последствия в сфере экономической деятельности. Большинство управленческих решений принимаются в условиях риска, что определено рядом факторов: отсутствием полной информации, наличием противоборствующих тенденций, элементами случайности и др.

Обзор, систематизация и обобщение публикаций по вопросам анализа, оценки и управления риском показывают, что:

- до настоящего времени отсутствует общепринятое понятие “риск”;

- не разработан пригодный для различных теоретических и практических случаев метод количественной оценки обобщенного показателя риска;

- отсутствуют научно обоснованные рекомендации границ допустимого уровня риска для конкретных ситуаций.

Поэтому даже корректно полученные оценки уровня риска для отдельных экономических ситуаций имеют определенную ценность, так как они позволяют принять наилучшее решение в конкретных ситуациях.

Недостаточно глубоко проработаны вопросы, связанные с возникновением рисковых ситуаций при реализации управленческих решений на предприятии, обусловленных несовершенством используемого экономико-математического и экономико-статистического инструментария.

Уточним основные понятия, связанные с оценкой хозяйственного риска, для нашего случая.

Понятие риска - это характеристика возможного отклонения фактического хода процесса реализации принятого варианта управленческих решений от расчетных рекомендаций, сформированных при обосновании выбора данного варианта экономической деятельности предприятия с помощью построенной либо экономико-математической, либо статистической модели принятия решений.

Уровень риска - вероятностная характеристика степени расхождения между прогнозными результатами реализации расчетного варианта управленческих решений и фактическими результатами экономической деятельности предприятия при данном варианте управленческих решений.

Поэтому степень риска можно рассматривать как характеристику адекватности используемой экономико-математической модели выбора оптимального варианта управленческих решений реально функционирующей экономической системе предприятия, как вероятностную меру соответствия расчетного и фактического протекания производственного процесса на предприятии.

Мера адекватности, в свою очередь, зависит в первую очередь от следующих факторов:

1) полнота охвата внешних и внутренних признаков, характеризующих и определяющих поведение экономики предприятия;

2) выявление степени влияния основных разделов исходной технико-экономической информации на экономическое поведение предприятия;

3) соответствие формулируемых математических конструкций переработки информации реально существующим закономерностям;

4) способность алгоритмов принятия решений в полной мере учесть специфику сформированных экономико-математических моделей.

Построение системы оценки хозяйственного риска начнем с описания двух простых примеров, в явном виде демонстрирующих методологию этой системы.

Пусть X - некая случайная величина, за поведением которой проведена серия наблюдений: $\{X_1,\dots, X_n\}$ - выборка, т. е. вся исходная информация о поведении X.

Построим формализованную математическую модель, моделирующую ее поведение, в качестве которой будет выступать функция плотности ее вероятностей $f(x)$, используя весь объем исходной информации $\{X_1,\dots, X_n\}$.

Построение математической модели поведения X осуществляется с помощью аппарата оценки статистических гипотез путем выбора вида $f(x)$ из известного множества распределений: нормального, показательного, Фишера, Стьюдента и др. Таким образом, на этом этапе построения данной математической модели (как и во всех других случаях построения математических моделей реальных процессов) возможно принятие неоптимального решения о виде и структуре модели.

С помощью построенной математической модели поведения случайной величины X можно обосновать ряд вариантов решений о ее поведении, например, о возможных границах ее вариации. Задав доверительную вероятность γ, используя конкретный вид $f(x)$, строим доверительный интервал вариации X:

$$A \le x \le B.$$

Вероятность того, что при конкретной реализации X ее значение попадает в этот интервал $A \le x \le B$, равна γ.

Опираясь на данный факт, строим дальнейший анализ экономической ситуации на предприятии. В этой ситуации риск состоит в том, что реализация X может не попасть в доверительный интервал. Вероятность такого события равна $\alpha = 1 - \gamma$, где α - уровень значимости, т. е. вероятность того, что при выборе вида функции $f(x)$ с помощью оценки статистической гипотезы будет совершена ошибка первого рода, т.е. будет принята неверная гипотеза.

Естественно в качестве оценки степени риска (который состоит в том, что реализация X не попадает в фиксированный интервал ее вариации) принять величину $\alpha = 1 - \gamma$.

Суммируя изложенное, можно заключить, что если $f(x)$ - модель поведения X, γ - мера адекватности $f(x)$, то α - степень риска ($\alpha + \gamma$) = 1. Следует подчеркнуть, что мера адекватности модели и степень риска реализации решений, принятых на основе этой модели, взаимосвязаны.

Рассмотрим менее тривиальный случай. Пусть исследуется динамика поведения случайной величины $Y(t)$ во времени, $y(1),\dots, y(T)$ - наблюдаемые значения реализации $Y(t)$, T - период наблюдений. На основе этих данных строится многослойная нейронная сеть, моделирующая поведение тренд-сезонной компоненты переменной $Y(t)$:

$$y(t) = f(t) + g(t),$$

которую будем считать моделью поведения величины $Y(t)$.

Опираясь на данную модель, можно построить прогнозные оценки поведения $Y(t)$ на период прогнозирования ($T < t \le T + \Delta T$), которые состоят:

1) из наиболее вероятной реализации $Y(t)$;

2) доверительных интервалов вариации $Y(t)$ в любой момент времени в интервале прогнозирования ($T < t \le T + \Delta T$), которые обозначили ($A(t)$, $B(t)$), т. е. P ($A(t) \le Y(t) \le B(t)$) = γ для любого $t \le (T, T + \Delta T)$.

Методика построения нейронной сети и прогнозных оценок динамики поведения $Y(t)$ изложена в[1], γ - доверительная вероятность.

Для данного случая естественно ввести понятие риска как возможность реализации того факта, что при фактическом ходе хозяйственного процесса на предприятии в периоде прогнозирования реализация случайной величины $Y(t)$ не попадает в расчетный доверительный интервал в некоторый момент времени t из интервала прогнозирования. В качестве оценки степени риска целесообразно выбрать величину $\alpha = 1 - \gamma$.

Рассмотрим следующий случай. Пусть экономико-математическая модель выбора оптимального варианта управленческих решений на предприятии реализуется как задача линейного программирования, которую выпишем в следующем виде:

найти

$$\max\{f(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j\}$$

при следующих условиях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \text{ , } I = 1, \dots, m;$$

$x_j \ge 0, j = 1, \dots, n.$

Решая эту задачу, которую будем называть прямой задачей ЛП, можно получить оптимальный вариант управленческого решения $\{\tilde{x}_j\}$ и экономическую оценку его реализации ($f(\tilde{x})$).

Одновременно будем считать, что ряд параметров данной экономико-математической модели $\{c_j\}$, $\{b_i\}$, $\{a_{ij}\}$ являются случайными величинами, для которых известна следующая информация:

1) законы их распределения;

2) наиболее вероятная их реализация (математические ожидания);

3) для заданной величины доверительной вероятности γ, доверительные интервалы их вариации:

$P(\underline{A}_{ij} \le a_{ij} \le \overline{A}_{ij}) = \gamma$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$;

$P(\underline{B}_i \le b_i \le \overline{B}_i) = \gamma$, $i = \overline{1,m}$;

$P(\underline{C}_j \le c_j \le \overline{C}_j) = \gamma$, $j = \overline{1,n}$.

В условиях, когда параметры задачи линейного программирования имеют вероятностную природу, рисковые ситуации могут возникнуть по следующим двум основным причинам:

1) принятое решение $\{\tilde{x}_j\}$ утратит свойство оптимальности;

2) фактическая экономическая оценка $f(\tilde{x})$ реализации принятого решения будет намного меньше ее прогнозируемого значения $f(\tilde{x})$.

Для того чтобы в данных условиях оценить степень риска принятого варианта управленческих решений, воспользуемся хорошо разработанным аппаратом экономико-математического анализа решения задачи линейного программирования[2]. Для этих целей введем в рассмотрение двойственную пару к прямой задаче линейного программирования в следующем виде:

найти

$$\min\left\{g(u)=\sum_{i=1}^{m} b_i u_i\right\}$$

при следующих условиях:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} u_i \ge c_j, j = 1, \dots, n;$$

$u_i \ge 0, I = 1, \dots, m.$

Каждая из задач двойственной пары фактически является самостоятельной задачей линейного программирования и может быть решена независимо от другой. Обозначим оптимальное решение двойственной задачи следующим образом:

$\{\tilde{u}_i\}$ - оптимальный план задачи (двойственные оценки);

$g(\tilde{u})$ - оптимальное значение функции цели.

Оптимальные решения двух задач имеют определенную экономическую интерпретацию и тесно связаны. В дальнейших исследованиях будут использоваться их следующие взаимосвязи:

1) выполняются следующие соотношения:

$$\tilde{u}_i(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\tilde{x}_j - b_i) = 0 \text{ , } i = 1, \dots, m;$$

$$\tilde{x}_j\left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\tilde{y}_i - c_j\right) = 0 \text{ , } j = 1, \dots, n;$$

2) изменение одного из свободных членов b_i на некоторую величину Δb_i влечет изменение функции цели прямой задачи на величину

$\Delta f(\tilde{x}) = \Delta b_i \cdot \tilde{u}_i$

для любого $i = 1,\dots, n$.

Поскольку решение общей проблемы оценки рисковых ситуаций, связанных с использованием аппарата линейного программирования, предоставляется весьма трудоемким процессом, целесообразно рассмотреть наиболее часто встречаемые и представляющие практический интерес частные случаи.

Оценка степени риска при вариации свободных параметров экономико-математической модели

В данном случае априорно известна следующая информация:

1) законы распределения b_i, $i = 1,\ldots, m$;

2) математические ожидания $M(b_i)$;

3) доверительные интервалы вариации b_i

$$\gamma = P(\underline{B_i} \le b_i \le \overline{B_i}),\ i = 1, \ldots, m.$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся алгоритмами анализа чувствительности оптимального решения к изменению правых частей.

Как следует из соответствующей теоремы двойственности, вариация величин b_i ведет к изменению величины $f(\tilde{x})$. Величина этих изменений определяется значениями при условии, что вариация b_i не влечет изменения значений $\tilde{U}_i$ в оптимальном плане двойственной задачи, что выполняется в случае, когда не меняется набор векторов, входящих в базис оптимального решения прямой задачи (не утрачивается свойство оптимальности полученного решения), хотя сами переменные $\{\tilde{x}_j\}$ могут при этом меняться. Поэтому необходимо найти такие интервалы вариации величин b_i (интервалы устойчивости), в которых изменения b_i не влекут изменения оптимального плана двойственной задачи. Для их вычисления определяется матрица D, которая характеризует влияние вариации правых частей на величину переменных ($\tilde{x}$) прямой задачи.

Пусть A^* - квадратная матрица задачи линейного программирования в канонической форме, состоящая из столбцов, для которых $\tilde{X}_k > 0$, $k = 1, \ldots, m$, тогда ее обратную матрицу обозначим через D,

$(A^*)^{-1} = D$.

Имеют место соотношения

$$\tilde{X}^* = DB,$$

где $\tilde{X}^*$ - строго положительные переменные:

B - вектор правой части задачи линейного программирования;

$$D(B + \Delta B) = DB + D\Delta B = \tilde{X}^* + \Delta\tilde{X},$$

откуда следует с учетом первого соотношения

$$\Delta X = D\Delta B.$$

Последнее соотношение определяет величину структурных сдвигов в оптимальном плане при изменении ограничений прямой задачи.

Знание матрицы D позволяет вычислить верхнюю и нижнюю границы интервалов устойчивости двойственных оценок для любого $i = 1, \ldots, m$ по следующему правилу:

$$B_i'' = b_i + \left| \max_k \left\{ \frac{\tilde{X}_k}{d_{ki}} \right\} \right|, \text{ для } d_{ki} < 0,$$

$$B_i' = b_i - \left| \max_k \left\{ \frac{\tilde{X}_k}{d_{ki}} \right\} \right|, \text{ для } d_{ki} > 0;$$

где B_i', B_i'' - соответственно, нижняя и верхняя границы интервалов, устойчивости $\{d_{ki}\}$ - элементы i-й строки матрицы D.

Таким образом, можно утверждать, что если коэффициенты правых частей в исходной задаче линейного программирования варьируются внутри интервалов устойчивости, т. е.

$$(B_i' \le b_i \le B_i''),\ i = 1, \ldots, m,$$

то найденный вариант решения $\{\tilde{x}_i\}$ не утрачивает свойство оптимальности, т. е. решение двойственной задачи $\{\tilde{U}_i\}$ остается неизменным.

Рассмотрев данные вопросы устойчивости оптимального решения, можно вернуться к начальной проблеме определения уровня риска при реализации сформированного решения.

Величина уровня риска, связанного с тем обстоятельством, что выбранное решение $\{\tilde{x}_j\}$ при вариации $\{b_i\}$ утратит свойство оптимальности, зависит от взаимного расположения для каждого b_i двух интервалов - доверительного и устойчивости. Эти интервалы имеют общую точку b_i и, следовательно, их пересечение не пусто, обозначим его следующим образом:

$$(\underline{b_i}, \overline{b_i}) = (B_i', B_i'') \cap (\underline{B_i}, \overline{B_i}),\ i = 1, \ldots, m.$$

Зная закон распределения случайной величины b_i, можно найти вероятность события, состоящего в том, что реализация b_i окажется в этом интервале

$$P(\underline{b_i} \le b_i \le \overline{b_i}) = P_i.$$

Для случая, когда доверительный интервал полностью поглощается интервалом устойчивости, $P_i = \gamma$.

Найдя $\min_i P_i = P_0$ и взяв данную величину в качестве доверительной вероятности $\gamma_0 = P_0$, можно утверждать, что для этой задачи линейного программирования найденного оптимального плана $\{\tilde{x}_i\}$ любая вариация любого коэффициента b_i попадает и в доверительный интервал с вероятностью γ_0, и в интервал устойчивости оптимального решения, следовательно, план $\{\tilde{x}_i\}$ в этом случае с вероятностью γ_0 не утрачивает свойства оптимальности и, наоборот, вероятность того, что найденное оптимальное решение $\{\tilde{x}_i\}$ утратит свойство оптимальности, или величина уровня риска, связанного с этим событием, равна $\alpha_0 = 1 - \gamma_0$.

В данном случае удалось не только вычислить уровень риска α_0, но и уточнить интервалы устойчивости свойства оптимальности принятых решений

$(\underline{b_i} \le b_i \le \overline{b_i})$.

В ряде случаев, наиболее часто встречающихся в практике выработки управляющих решений, удается вычислить степень риска того, что фактическая экономическая оценка реализации принятого решения будет существенно меньше ее прогнозируемого значения $f(\tilde{x})$.

Воспользуемся тем фактором, что на практике все величины $\underline{b_i}, b_i, \overline{b_i}, c_j$ имеют определенную экономическую интерпретацию и поэтому все они являются неотрицательными величинами.

Найдем нижнюю границу вариации величин $f(x)$, когда величина b_i варьируется в интервалах $(\underline{b_i} \le b_i \le \overline{b_i})$, наихудший случай, когда b_i принимает значение b_i, т. е. $b_i = \underline{b_i} + \Delta b_i$. Учитывая то, что $\Delta \tilde{X} = D \Delta b$, можно вычислить приращения X, тогда получим новый план, обладающий свойством оптимальности $\tilde{X} = \tilde{X} - \Delta X$. Вычислим значение функции для нового плана:

$f(\bar{x}) = f(\tilde{x} - \Delta x)$, или в силу линейности

$$f(\bar{x}) = f(\tilde{x}) - f(\Delta X) = f(\tilde{x}) - \sum_{j=1}^{m} c_j \Delta x_j.$$

Так как все $c_i > 0$, то $f(\bar{x}) = f(\tilde{x}) - \Delta f$.

Отсюда можно сделать следующий вывод: с вероятностью, равной γ_0, когда выполняются соотношения $\underline{b_i} \le b_i \le \overline{b_i}$, $I = 1, \ldots, n$, величина возможного ущерба от реализации управленческого решения $\tilde{X}$ не превысит величины

$$\Delta f = \sum_{j=1}^{m} c_j \Delta x_j,$$

а уровень риска, состоящего в том, что функция цели в результате варьирования правых частей экономико-математической модели, окажется ниже, чем $(f(\tilde{x}) - \Delta f)$, равен $\alpha = 1 - \gamma_0$.

Оценка степени риска при вариации коэффициентов целевой функции экономико-математической модели

В данном случае априорно известна следующая информация:

1) законы распределения c_j, $j = 1, \ldots, n$;
2) математические ожидания $M(c_i)$;
3) доверительные интервалы вариации c_i.

$$\gamma = P\left(\underline{C_j} \le c_j \le \overline{C_j}\right), j = 1, \ldots, n.$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся алгоритмами анализа чувствительности оптимального решения к изменению коэффициентов целевой функции.

Так как любые изменения коэффициентов целевой функции оказывают влияние на оптимальность полученного ранее решения, то ставится задача поиска таких диапазонов изменения коэффициентов целевой функции (рассматривая каждый из коэффициентов отдельно), при которых оптимальные значения переменных прямой задачи остаются неизменными. Эти интервалы вариации коэффициентов целевой функции определяются из следующих соотношений:

1) нижняя допустимая граница

$$C'_j = c_j - \left\{ \min_k \left\{ \frac{\tilde{U}_k}{d_{jk}} \right\}, \text{для } d_{jk} > 0 \right\};$$

2) $$C''_j = c_j + \left\{ \left| \max_k \left\{ \frac{\tilde{U}_k}{d_{jk}} \right\} \right|, \text{для } d_{jk} < 0 \right\}.$$

Таким образом, можно утверждать, что если каждый из коэффициентов целевой функции варьируется в интервале

$\left(C'_j \le c_j \le C''_j\right)$,

то значения переменных оптимального плана $\{\tilde{x}_j\}$ остаются неизменными.

Величина уровня риска, связанного с тем обстоятельством, что при вариации величины C_j выбранное решение $\{\tilde{x}_j\}$ утратит свойство оптимальности, зависит от взаимного расположения определенных для этой величины C_j интервалов устойчивости и доверительного. Эти интервалы имеют общую точку c_j, и, следовательно, их пересечение непусто, обозначим его следующим образом:

$$(\underline{c}_j, \bar{c}_j) = (C'_j, C''_j) \cap (\underline{C}_j, \overline{C}_j), \; j = 1, \ldots, n.$$

Зная закон распределения случайной величины c_j, можно найти вероятность события, состоящего в том, что реализация c_j окажется в этом интервале

$$P(\underline{c}_j \le c_j \le \bar{c}_j) = P_j .$$

Для случая, когда доверительный интервал полностью поглощается интервалом устойчивости, $P_j = \gamma$.

Приняв в качестве доверительной вероятности величину $\gamma_0 = P_j$, можно утверждать, что для этой задачи линейного программирования и найденного оптимального плана $\{\tilde{x}_j\}$ с вероятностью γ_0 любая реализация коэффициента c_j попадает и в доверительный интервал, и в интервал устойчивости, следовательно, план $\{\tilde{x}_j\}$ не утрачивает свойства оптимальности и, наоборот, вероятность того, что найденное оптимальное решение $\{\tilde{x}_j\}$ утратит свойство оптимальности (величина уровня риска, связанного с этим событием), равна $\alpha_0 = 1 - \gamma_0$.

Также можно утверждать, что максимальная величина потерь, связанная с возможной вариацией величины $c_j > 0$ в интервале $(\underline{c}_j, \overline{C}_j)$ не превысит величины $\Delta f = (C_j - \underline{C}_j)\tilde{X}_j$. Следовательно, вероятность того, что при выполнении следующего условия $(\underline{C}_j \le c_j \le \overline{C}_j)$ прогнозируемая оценка эффективности реализации управленческих решений окажется ниже $(f(\tilde{x}_j) - \Delta f)$, равна α_0 (величина уровня риска).

---

[1] *Суменков М.С., Суменков С.М.* Системный подход и управление. Екатеринбург, 2004.

[2] *Андерсон Т.* Статистический анализ временных рядов. Москва, 1976.

Поступила в редакцию 04.06.2015 г.